



**MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII ȘI INOVĂRII**  
**INSPECTORATUL ȘCOLĂR AL JUDEȚULUI CARAȘ-SEVERIN**

Strada Ateneului Nr.1, 320112 REȘIȚA-ROMANIA

Tel: 0255/214238; Fax: 0255/216042

e-mail: [isjcaras@cs.ro](mailto:isjcaras@cs.ro)

[www.cs.isj.edu.ro](http://www.cs.isj.edu.ro)

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**  
**FAZA LOCALĂ - 14.02.2009**

Clasa a XII a

1. Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty)$  o funcție bijectivă. Să se studieze dacă există funcții  $g : \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty)$  care admit primitive pe  $\mathbb{R}$  și satisfac relația  $g \circ g = f$ .

RMCS 26

2. Dacă  $G$  este un grup multiplicativ în care, pentru orice  $x, y, z \in G$ , avem:

$$xy^2 = z^2x \Rightarrow y = z, \text{ să se arate că :}$$

a)  $x^2 \neq e, \forall x \in G \setminus \{e\}$  ;

b)  $G$  este abelian ;

c) Orice grup cu proprietățile a) și b) are proprietatea din enunț.

Prof. Marian Andronache, București, RMCS

3. Fie  $(G, \cdot)$  un grup cu proprietatea că  $x^2 = e, \forall x \in G$ . Să se arate că pentru orice funcție  $f : G \rightarrow G$  și orice  $a \in G, a \neq e$ , funcția  $g : G \rightarrow G, g(x) = f(x)f(ax)$  nu este injectivă.

\*\*\*

4. Să se determine  $\int \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1} \cdot e^{\arctg x} dx, x \in \mathbb{R}$ .

**NOTĂ:**

- TIMP DE LUCRU 3ORE.
- TOATE SUBIECTELE SUNT OBLIGATORII.

